המחלקה להנדסת אלקטרוניקה, מחשבים והנדסה רפואית

בית הספר להנדסה - רופין

### מעבדה מס. 5 - אנליזה ספקטראלית

מגיש: ארז יעקב איינס

תאריך הגשה: 17.05.18

### מעבדה מס. 5 - אנליזה ספקטראלית

# מטרות

1. הכרת המגבלות של אנליזה ספקטראלית בעזרת DTF.
2. השפעת שימוש בחלונות על רזולוציית תדר.

# ניסויים

* + **חלק א'**

**שאלות**

1. הסבר את השימוש בפונקציה window ובאמצעותה צור את החלונות הקבועים הבאים באורך N=256:

rect,Barlett,Hamming,Hann,Blackman

הערה: יש ליצור את החלונות כך שאם נרצה לשנות את אורך החלון השינוי היחיד יהיה בפרמטר N.

* הפונקציה מקבלת את סוג החלון כמצביע לפונקציה ואת אורכו ויוצרת ווקטור עמודה לפי הפונקציה והפרמטרים שמספקים לה.

N=2^8  
rect\_win=window(@rectwin,N).';

bartlett\_win=window(@bartlett,N).';

hamming\_win=window(@hamming,N).';

hann\_win=window(@hann,N).';

blackman\_win=window(@blackman,N).';

1. עבור כל אחד מהחלונות לעיל, חשב את התדירויות בהן אונות הצד מקבלות ערכי מקסימום או מינימום – θ1 θ2 θ3.
   * + עבור חלון מלבני -  
        האונות הראשונות נמצאות בין האפסים הראשונים ולכן:  
       
     + עבור חלון bartlett:
     + האפסים של מכפלת הגרעינים של החלון המשולש בארוך זוגי נמצאים בכפולות של  , לכן הזוויות בהן אונות הצד מקבלות מקסימה \ מינימה הן: 
     + עבור חלון hann:  
       זוויות המקסימה \ מינימה שוות לאלה של חלון ריבועי עם אונה ראשית ברוחב  לכן שלושת אונות הצד הראשונות מתחילות מהזוויות:  
        .
     + עבור חלון hamming:  
       זהה לחלון hann במרווחיו.
     + עבור חלון blackman:  
       מרווחים זהים לאלה של חלון מלבני עם אונה ראשית ברוחב  , וזוויות האונות הראשונות הן: 
2. נתון האות בזמן בדיד הבא: x[n]= cos(2\*pi\*0.25n)+0.01sin(2\*pi\*0.1n) באורך 256.
   1. באילו מהחלונות הקבועים ניתן יהיה לראות את שני האותות בתדר?

##### בכל אחד מהחלונות (באורך 256) אין שום בעיה של רוחב אונה ראשית ביחס למרחק בין התדרים השונים באות, לכן נצטרך לנתח את אונות הצד של החלונות ביחס לעוצמה היחסית של הסינוסים.

* + באות הנתון, יחס העוצמה בין שני הסינוסים ביחידות דציבל הוא: 
  + אם נתחשב רק בגובה אונת הצד הראשונה ביחס לאונה הראשית של כל חלון בתור הערך שעלול "לדרוך" על האות החלש אז לפי הניתוח הזה, ובהנחה שניתן "לראות" תדר אם הוא מתקבל באחד משני המקסימומים הגדולים ביותר בהתמרה, מתקבל:
    1. בחלון המלבני – אונת צד בעוצמה יחסית של  ולכן לא נצפה לראות את שני האותות בתדר.
    2. עבור חלון bartlett אונת צד בעוצמה יחסית מקסימלית של  ולכן לא נצפה לראות את שני האותות בתדר.
    3. עבור חלון hann אונת צד בעוצמה יחסית מקסימלית של  ולכן לא נצפה לראות את שני האותות בתדר.
    4. לחלונות hamming ו-blackman אונות צד שמספקות את התנאי, לכן עבורם, חיפוש של שני ערכי המקסימום הגדולים ביותר בהתמרה יניב את שני התדרים הרצויים.
  1. עבור האות הנ"ל, בספקטרום צפוי למשל עבור חלון מלבני לקבל שני גרעיני דיריכלה: האחד בעל ערך גבוה והשני בעל ערך נמוך. מהן התדירויות בהן אמורים להיות אותם ערכי המקסימום? מהו הפרש התדירויות ביניהן ( Δθ)?
     + - אם האותות בתדר היו בדידים לחלוטין היינו מצפים לראות בהתמרת ה-DTFT את שני הסינוסים בתדרים  כי אלו הם התדרים הבדידים של הסינוסים באות. הפרש התדרים הוא 

1. צור את האות במטל"בx[n]= cos(2\*pi\*0.25n)+0.01sin(2\*pi\*0.1n) באורך של N=256.
   * + - It’s done, son.

N=2^8;

n=0:N-1;

x\_n= cos(2\*pi\*0.25\*n)+0.01\*sin(2\*pi\*0.1\*n);

1. הכפל את האות בכל אחד מהחלונות הקבועים שיצרת במטלת ההכנה ושמור את תוצאת ההכפלה במשתנים שונים (5 חלונות קבועים 5 משתנים).
   * + - Don’t even sweat it bro.

x\_n\_rect=x\_n.\*rect\_win;

x\_n\_bart=x\_n.\*bartlett\_win;

x\_n\_hamm=x\_n.\*hamming\_win;

x\_n\_hann=x\_n.\*hann\_win;

x\_n\_black=x\_n.\*blackman\_win;

1. חשב והצג את התמרת פורייה (DTFT) של 5 האותות שהתקבלו בסעיף הקודם לאחר ההכפלה בחלון המתאים (בעזרת פונקציית freqz ).
   * + תדפיס ההתמרות:
     + חלון מלבני:  
       
     + חלון bartlett:  
       
     + חלון hann:  
       
     + חלון hamming:  
       
     + חלון blackman:  
       
2. מהו הערך של ספקטרום העוצמה בכל אחת מהתדירויות שאנו אמורים לקבל את ערכי המקסימום?

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Window Type |  |  |
| Rectangular |  |  |
| Bartlett |  |  |
| Hann |  |  |
| Hamming |  |  |
| Blackman |  |  |

1. האם ניתן לראות את האות החלש בספקטרום של חלק מהחלונות (יש להשתמש בסקלה של dB)? באילו מהחלונות ניתן לראות? האם תואם לחישובים שנעשו בחלק של הדוח המכין?
   * + בחלון המלבני צפינו שלא נוכל להבחין באות החלש ואכן ניתן להבחין בהפרעה כלשהי סביב התדר הנמוך אך לא ניתן לומר בסבירות גבוהה מה היא. מבחינת זוג המקסימום המוחלטים, הם מתקבלים בקרבת הגרעין בתדר הגבוה ולא במרכזי שני הגרעינים.
     + בחלון bartlett ניתן להבחין בצורה ברורה יותר באנרגיה סביב התדר הנמוך אך עדיין מרכז המקסימום של האות מרוכז סביב הגרעין בתדר הגבוה.
     + בחלון hann רוחב הפרעה צר יותרסביב התדר הנמוך אך עדיין מתקבלים זוג המקסימום של האות סביב הגרעין בתדר הגבוה, כפי שצפינו.
     + בחלון hamming ניתן למצוא את שני המקסימום המוחלטים, בקירוב טוב, במרכזי הגרעינים כפי שצפינו, וגובה האונה המרכזית של האות החלש גבוהה בכ-2 דציבל מממוצע אונות הצד שקרובות לגרעין הגבוה.
     + בחלון blackman יש הפרדה ברורה בין שני התדרים ושני המקסימום המוחלטים מתקבלים בקירוב טוב מאוד במרכז האונות הראשיות בתדרים שצפינו לראות, וגובה האונה הראשית של התדר הנמוך גבוה בכ-20 דציבל מאונות הצד הקרובות של התדר הגבוה.
2. מצא את גובה אונות הצד של האות החזק במקום בו נמצא האות החלש, בספקטרום העוצמה המנורמל, עבור כל החלונות.

|  |  |
| --- | --- |
| Window type |  |
| Rectangular |  |
| Bartlett |  |
| Hann |  |
| Hamming |  |
| Blackman |  |

* + **חלק ב'**

**שאלות**

1. נתון האות בזמן בדיד הבא: x[n]= cos(2\*pi\*0.25n)+0.01sin(θ1n) באורך N. בשימוש בחלון Blackman:
   * עבור N=256 מהו התנאי על θ1 כך שניתן יהיה לראות את שני האותות בתדר?
     + התנאי הוא שרוחב חצי האונה הראשית לא עולה על מרחק התדרים כי גובה אונת הצד המקסימלי מתאים עבור עוצמת שני האותות הנתונים.
     + לכן: 
   * עבור N=1024 מהו התנאי על θ1 כך שניתן יהיה לראות את שני האותות בתדר?
     + 
2. צור אות חדש בתוכנת המטל"בx[n]= cos(2\*pi\*0.25n)+0.01sin(θ1n) באורך של N=256 כאשר θ1 אינו ידוע.

N=2^8;

n=0:N-1;

theta\_1=1.57;

x\_n= cos(2\*pi\*0.25\*n)+0.01\*sin(theta\_1\*n);

1. הכפל את האות בחלון Blackman (ששימוש בו איפשר לראות את האות החלש בסעיף קודם).

blackman\_win=window(@blackman,N).';

x\_n\_black=x\_n.\*blackman\_win;

1. בצע מספר ניסויים עם θ1 כשבכל אחד מהניסויים אתה מקרב את תדר האות החלש לתדר האות החזק (כלומר, הקטן את המרווח בין שתי התדירויות) עד שקשה יהיה לגלות את האות החלש בגרף ספקטרום העוצמה. במילים אחרות, מיקום האות החלש יהיה בתדר בו גובה אונות הצד יהיה גבוה יחסית ויהיה קשה לגלות את האות (התמזג ב"גבעה" של האות החזק).
   * תדפיס ההתמרות:
   * Before merging  :  
     
   * While merging  :  
     
   * After merging  :  
     
2. חזור על הסעיפים הקודמים (1-3) עבור חלון באורך 1024 - מהן המסקנות לגבי השפעת אורך החלון על התוצאות הקודמות?
   * תדפיס ההתמרות:
   * Before merging  :  
     
   * While merging  :  
     
   * After merging  :  
     
   * המסקנה מהגדלת אורך החלון מתאימה לתיאוריה ומראה שהגדלת אורך הקטע הזמני שעליו מסתכלים משפרת את הרזולוציה בתדר ובעזרתה ניתן להבחין בסופרפוזיציה של אותות בתדרים שמרחקם אחד מהשני קטן יותר, כלומר, אות רחב בזמן  צר בתדר.